

Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike - Završni magistarski rad

Fakultet/Akademija	PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
Tip Rada	Završni magistarski rad
Kandidat, zvanje	Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike
Naziv Teme	Stirlingovi brojevi prve i druge vrste
Rezime/Abstract	<p>Završni magistarski rad „Stirlingovi brojevi prve i druge vrste“, napisan je na 71 stranici teksta. Rad je napisan u LaTeX-u s veličinom slova 12 i formatom teksta stranice 21,5cmx14,5cm, a osim teksta i matematičkih formula sadrži i 8 slika i 6 tabela. Na početku rada naveden je Sadržaj rada. Glavni dio rada sastoji se od kratkog Uvoda i sljedećih 5 poglavlja : 1. Permutacije; 2. Stirlingovi brojevi prve vrste; 3. Stirlingovi brojevi druge vrste; 4. Još neke osobine Stirlingovih brojeva; 5. Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija. Na kraju rada su dati još Rezime, Summary i Bibliografija. U kratkom Uvodu na jednoj stranici teksta opisana je tema i sadržaj rada, značaj i primjena Stirlingovih brojeva u raznim oblastima matematike i u programiranju, i navode se osnovni historijski podaci vezani za njih. U poglavlju 1 - Permutacije, izloženom na 5 stranica teksta, izlaže se osnovna teorija koja se tiče permutacija konačnog skupa (bez ponavljanja elemenata) i navodim osnovna pravila prebrojavanja u kombinatorici, koja će biti potrebna u kasnijim dokazima nekih tvrdnji. Uveden je pojam ciklusa kao posebnog tipa permutacije i objašnjeno kako se svaka permutacija može predstaviti kao proizvod (kompozicija, slog) jednog ili više ciklusa. Pojam ciklusa je potreban za kasniju definiciju Stirlingovog broja prve vrste u narednom poglavlju 2. Teorija poglavlja 1 je ilustrovana sa nekoliko lijepih i korektno riješenih primjera. Poglavlje 2 - Stirlingovi brojevi prve vrste napisano je na 11 stranica teksta i podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 2.1 - Ciklusi i Stirlingovi brojevi prve vrste sam postepeno kroz riješene primjere uveo pojam Stirlingovog broja prve vrste $c(n,k)$ kao broj načina da n elemenata predstavimo pomoću k ciklusa $c(n,k)$. Važan teorem dokazan u ovom dijelu je teorem koji daje osnovnu rekurzivnu formulu za izračunavanje brojeva $c(n,k)$ za $n, k \in \mathbb{N}$. Primjenom te formule sam dobio i naveo tabelu brojeva $c(n,k)$ za $n, k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. Riješio sam pet primjera i dao tri ilustracije slikama u ovom dijelu rada. U dijelu 2.2 - Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva prve vrste uvedeni su brojevi $c(n,k)$ na drugi način, računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije $f(\ln x)^p$, pri čemu je $f(x) = (-x, x)$ proizvoljna realna funkcija. Osnovna rekurentna formula (2.2) koja daje vezu Stirlingovih brojeva prve vrste $c(n,k)$ ($k = 1, \dots, n$) sa n tim izvodom funkcije $f(\ln x)^p$ data je i dokazana u propoziciji 2.2.1. U nastavku se definiše Stirlingov broj prve vrste sa znakom $s(n,k)$ $c(n,k)$ i navodi još tri propozicije vezane za njega i za opadajuće faktorijele. Poglavlje 3 - Stirlingovi brojevi druge vrste napisano je na 16 stranica podijeljeno na tri podpoglavlja. U dijelu 3.1 - Particije brojeva $p(n)$ se definiše kao ukupan broj svih particija prirodnog broja n, tj. kao ukupan broj načina da se broj predstavi kao zbir više prirodnih brojeva, pri čemu poredak sumanada nije bitan. Osnovne rezultate vezane za particiju brojeva naveo sam i dokazao u propoziciji 3.1.1. Particija prirodnog broja je obrađena zbog njene veze sa particijom konačnog skupa. U dijelu 3.2 - Particije skupa i Stirlingovi brojevi druge vrste najprije uvodim pojam k particije n članog skupa $(n, k \in \mathbb{N})$ (n, k), a poslije toga definišemo Stirlingov broj druge vrste $S(n, k)$ kao ukupan broj svih mogućih particija n članog skupa. U vezi sa tim ilustrujem ovu te le 4 i 5 koje ilustriju formule recipročnosti oriju kroz nekoliko lijepih primjera i grafičkih ilustracija (slika). Osnovnu rekurzivnu formulu za brojeva $S(n, k)$ dajem i dokazujem u propoziciji 3.2.1, a njenim korištenjem dobio sam i naveo tabelu brojeva $S(n, k)$ za $n, k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$. U nastavku je definisan Bellov broj kao ukupan broj svih particija n članog skupa. Dalje je pokazana veza Bellovih brojeva sa binomnim koeficijentima, a kroz 3.2.6. i primjena brojeva $S(n, k)$ u teoriji vjerovatnoće. U dijelu 3.3 - Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva druge vrste uvedeni su brojevi $S(n, k)$ na drugi način računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije $f(x)^p$, pri čemu je $f(x) = (0, x)$ proizvoljna realna funkcija. Izvedena je osnovna rekurentna formula (3.3) za vezu Stirlingovih brojeva druge vrste $S(n, k)$ ($k = 1, \dots, n$) sa n tim izvodom $f(x)^p$. U nastavku je dato još nekoliko propozicija koje daju vezu ovih brojeva sa osnovnom rekurzijom iz propozicije 3.2.1, sa Bellovim brojevima i sa opadajućim faktorijelima. Poglavlje 4 - Još neke osobine Stirlingovih brojeva napisano je na 10 stranica podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 4.1 - Neke osobine Stirlingovih brojeva vrste dajem nekoliko relacija između Stirlingovih brojeva prve i druge vrste međusobno, kao i vezu Stirlingovih brojeva prve vrste sa rastućim potencijama, Stirlingovih brojeva druge vrste sa opadajućim potencijama. U vezi sa tim naveo sam i dokazao dvije propozicije i prikazao tabele 4 i 5 koje ilustriju formule recipročnosti (4.7) i (4.8) Stirlingovih brojeva prve i druge vrste. U dijelu 4.2 - Eulerovi brojevi i njihova veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste najprije smo definisali Eulerov broj $E(n, k)$ kao broj permutacija iz simetrične grupe permutacija skupa $[n] = \{1, \dots, n\}$ sa tačno k uspona. Određivanje broja uspona i padova permutacije ilustriju se kroz dva riješena primjera. U lemi 4.2.1 dokazujemo osnovnu rekurzivnu formulu za Eulerove brojeve i prikazujemo tabelu Eulerovih brojeva, a u nastavku dvije propozicije navodi veza Eulerovih brojeva sa stepenim funkcijama Stirlingovim brojevima druge vrste. Poglavlje 5 - Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija napisano je na 19 stranica teksta i podijeljeno na podpoglavlja. U kratkom dijelu 5.1 - Uvod objašnjen je cilj istraživanja poglavlja 5. U dijelu 5.2 - Vrijednost kombinatorne sume i njena veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste dokazano je da je kombinatorna suma jednaka broju svih surjekcija sa n članog skupa na k člani skup, gdje je $n \geq k$. U dokazu te tvrdnje (teorem 5.2.2.) korištena je dobro poznata formula uključivanja-isključivanja iz diskretne i kombinatorne matematike. U teoremu 5.2.3. je dokazano da je ta suma također jednaka $k! S(n,k)$ čime je dokazano da je $k! S(n,k) =$. Time je pokazana veza te sume sa Stirlingovim brojevima druge vrste. U daljem nizu teorema, lema, propozicija i primjera naveo sam i dokazao formule za izračunavanje vrijednosti navedene kombinatorne sume u nekim specijalnim slučajevima vrijednosti prirodnih argumenata n i k. Osnovni, opštiji rezultat dijela rada je teorem 5.2.6. Dio rada 5.3 - Stirlingovi brojevi druge vrste kao koeficijenti Newtonovog reda i Grunertovih polinoma podijeljen je na dva dijela. U 5.3.1 je navedena definicija Newtonovog polinoma i njegova veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste, a u 5.3.2 definisan je Grunertov polinom i pokazana njegova veza Stirlingovim brojevima druge vrste. Na sljedeće 4 stranice naveo sam Rezime na bosanskom jeziku i Summary na engleskom jeziku, gdje sam ukratko opisao sadržaj svog završnog magistarskog rada. Na kraju, na stranama 70 i 71 naveo sam Bibliografiju sačinjenu od 15 bibliografskih jedinica, koje su poredane po abecednom redosljedu i koje sam koristio pri izradi svog rada.</p>
Datum	26.02.2016
Predsjednik	Dr.sc. Zehra Nurkanović, vanredni profesor, - Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Mentor	Dr.sc. Ramiz Vugdalić, vanredni profesor,- Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli.
Član komisije	Dr.sc. Enes Duvnjaković, vanredni profesor,- Uža naučna oblast " Teorijska matematika" Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli

Član komisije	-
Član komisije	-
Zamjenski član	Dr.sc. Samra Sadiković, docent uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Dodatni detalji i lokacija	Dana 26.02.2016. godine u 13,30 sati na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Tuzli
Zavrsne Odredbe	Pristup javnosti je slobodan. Rad se može pogledati u Sekretarijatu fakulteta radnim danom od 08 do 14 sati.