Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike - Završni magistarski rad

Fakultet/Akademija	PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
Tip Rada	Završni magistarski rad
Kandidat, zvanje	Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike
Naziv Teme	Stirlingovi brojevi prve i druge vrste
Rezime/Abstract	Završni magistarski rad „Stirlingovi brojevi prve i druge vrste“, napisan je na 71 stranici teksta. Rad je napisan u LaTeX-u s veličinom slova 12 i formatom teksta stranice 21,5cmx14,5cm, a osim teksta i matematičkih formula sadrži i 8 slika i 6 tabela. Na početku rada naveden je Sadržaj rada. Glavni dio rada sastoji se od kratkog Uvoda i sljedećih 5 poglavlja : 1. Permutacije; 2. Stirlingovi brojevi prve vrste; 3. Stirlingovi brojevi druge vrste; 4. Još neke osobine Stirlingovih brojeva; 5. Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija. Na kraju rada su dati još Rezime, Summary i Bibliografija. U kratkom Uvodu na jednoj stranici teksta opisana je tema i sadržaj rada, značaj i primjena Stirlingovih brojeva u raznim oblastima matematike i u programiranju, i navode se osnovni historijski podaci vezani za njih. U poglavlju 1 – Permutacije, izloženom na 5 stranica teksta, izlaže se osnovna teorija koja se tiče permutacija konačnog skupa (bez ponavljanja elemenata) i navodim osnovna pravila prebrojavanja u kombinatorici, koja će biti potrebna u kasnijim dokazima nekih tvrdnji. Uveden je pojam ciklusa kao posebnog tipa permutacije i objašnjeno kako se svaka permutacija može predstaviti kao proizvod (kompozicija, slog) jednog ili više ciklusa. Pojam ciklusa je potreban za kasniju definiciju Stirlingovog broja prve vrste u narednom poglavlju 2. Teorija poglavlja 1 je ilustrovana sa nekoliko lijepih i korektno riješenih primjera. Poglavlje 2 – Stirlingovi brojevi prve vrste napisano je na 11 stranica teksta i podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 2.1 - Ciklusi i Stirlingovi brojevi prve vrste sam postepeno kroz riješene primjere uveo pojam Stirlingovog broja prve vrste c(n,k) kao broj načina da n elemenata predstavimo pomoću k ciklusa c(n k) . Važan teorem dokazan u ovom dijelu je teorem koji daje osnovnu rekurzivnu formulu za izračunavanje brojeva c(n,k) za n, k N . Primjenom te formule sam dobio i naveo tabelu brojeva c(n,k) za n,k 0,1, 2, ..., 9 . Riješio sam pet primjera i dao tri ilustracije slikama u ovom dijelu rada. U dijelu 2.2 – Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva prve vrste uvedeni su brojevi c(n,k) na drugi način, računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije f (ln x) po , pri čemu je f (-,) proizvoljna realna funkcija. Osnovna rekurentna formula (2.2) koja daje vezu Stirlingovih brojeva prve vrste c(n,k) (k 1, ..., n) sa n tim izvodom funkcije f (ln x) po data je i dokazana u propoziciji 2.2.1. U nastavku se definiše Stirlingov broj prve vrste sa znakom s(n,k) c(n,k) i navodi još tri propozicije vezane za njega i za opadajuće faktorijele. Poglavlje 3 – Stirlingovi brojevi druge vrste napisano je na 16 stranica podijeljeno na tri podpoglavlja. U dijelu 3.1 - Particije brojeva p(n) se definiše kao ukupan broj svih particija prirodnog broja , tj. kao ukupan broj načina da se broj predstavi kao zbir više prirodnih brojeva, pri čemu poredak sumanada nije bitan. Osnovne rezultate vezane za particiju brojeva naveo sam i dokazao u propoziciji 3.1.1. Particija prirodnog broja je obrađena zbog njene veze sa particijom konačnog skupa. U dijelu 3.2 – Particije skupa i Stirlingovi brojevi druge vrste najprije uvodim pojam k particije n članog skupa (n, k N) (n k) , a poslije toga definišemo Stirlingov broj druge vrste S(n, k) kao ukupan broj svih mogućih particija n članog skupa. U vezi sa tim ilustrujemo ovu te le 4 i 5 koje ilustruju formule recipročnosti oriju kroz nekoliko lijepih primjera i grafičkih ilustracija (slika). Osnovnu rekurzivnu formulu za brojeva S(n, k) dajem i dokazujem u propoziciji 3.2.1, a njenim korištenjem dobio sam i naveo tabelu brojeva S(n, k) za n,k 0,1, 2,..., 9 . U nastavku je definisan Bellov broj kao ukupan broj svih particija n članog skupa, . Dalje je pokazana veza Bellovih brojeva sa binomnim koeficijentima, a kroz 3.2.6. i primjena brojeva S(n, k) u teoriji vjerovatnoće. U dijelu 3.3 – Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva druge vrste uvedeni su brojevi S(n, k) na drugi način računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije f() po , pri čemu je f (0,) proizvoljna realna funkcija . Izvedena je osnovna rekurentna formula (3.3) za vezu Stirlingovih brojeva druge vrste S(n, k) (k 1,...,n) sa n tim izvodom f() po . U nastavku je dato još nekoliko propozicija koje daju vezu ovih brojeva sa osnovnom rekurzijom iz propozicije 3.2.1, sa Bellovim brojevima i sa opadajućim faktorijelima. Poglavlje 4 – Još neke osobine Stirlingovih brojeva napisano je na 10 stranica podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 4.1 - Neke osobine Stirlingovih brojeva vrste dajem nekoliko relacija između Stirlingovih brojeva prve i druge vrste međusobno, kao i vezu Stirlingovih brojeva prve vrste sa rastućim potencijama, Stirlingovih brojeva druge vrste sa opadajućim potencijama. U vezi sa tim naveo sam i dokazao dvije propozicije i prikazao tabele 4 i 5 koje ilustruju formule recipročnosti (4.7) i (4.8) Stirlingovih brojeva prve i druge vrste. U dijelu 4.2 – Eulerovi brojevi i nihova veza sa Strilingovim brojevima druge vrste najprije smo definisali Eulerov broj E(n, k) kao broj permutacija iz simetrične grupe permutacija skupa [n]= sa tačno k uspona. Određivanje broja uspona i padova permutacije ilustruje se kroz dva riješena primjera. U lemi 4.2.1 dokazujemo osnovnu rekurzivnu formulu za Eulerove brojeve i prikazujemo tabelu Eulerovih brojeva, a u nastavku dvije propozicije navodi veza Eulerovih brojeva sa stepenim funkcijama Stirlingovim brojevima druge vrste. Poglavlje 5 – Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija napisano je na 19 stranica teksta i podijeljeno na podpoglavlja. U kratkom dijelu 5.1 – Uvod objašnjen je cilj istraživanja poglavlja 5. U dijelu 5.2 – Vrijednost kombinatorne sume i njena veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste dokazano je da je kombinatorna suma jednaka broju svih sirjekcija sa n članog skupa na k člani skup, gdje je n k . U dokazu te tvrdnje (teorem 5.2.2.) korištena je dobro poznata formula uključivanjai-sključivanja iz diskretne i kombinatorne matematike. U teoremu 5.2.3. je dokazano da je ta suma također jednaka k! S(n,k) čime je dokazano da je k! S(n,k)= . Time je pokazana veza te sume sa Stirlingovim brojevima druge vrste. U daljem nizu teorema, lema, propozicija i primjera naveo sam i dokazao formule za izračunavanje vrijednosti navedene kombinatorne sume u nekim specijalnim slučajevima vrijednosti prirodnih argumenata n i k . Osnovni, opštiji rezultat dijela rada je teorem 5.2.6. Dio rada 5.3 – Stirlingovi brojevi druge vrste kao koeficijenti Newtonovog reda i Grunertovih polinoma podijeljen je na dva dijela. U 5.3.1 je navedena definicija Newtonovog polinoma i njegova veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste, a u 5.3.2 definisan je Grunertov polinom i pokazana njegova veza Stirlingovim brojevima druge vrste. Na sljedeće 4 stranice naveo sam Rezime na bosanskom jeziku i Summary na engleskom jeziku, gdje sam ukratko opisao sadržaj svog završnog magistarskog rada. Na kraju, na stranama 70 i 71 naveo sam Bibliografiju sačinjenu od 15 bibliografskih jedinica, koje su poredane po abecednom redoslijedu i koje sam koristio pri izradi svog rada.
Datum	26.02.2016
Predsjednik	Dr.sc. Zehra Nurkanović, vanredni profesor, - Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Mentor	Dr.sc. Ramiz Vugdalić, vanredni profesor,- Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli.
Član komisije	Dr.sc. Enes Duvnjaković, vanredni profesor,- Uža naučna oblast " Teorijska matematika" Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli

Član komisije	-
Član komisije	-
Zamjenski član	Dr.sc. Samra Sadiković, docent uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Dodatni detalji i lokacija	Dana 26.02.2016. godine u 13,30 sati na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Tuzli
Zavrsne Odredbe	Pristup javnosti je slobodan. Rad se može pogledati u Sekretarijatu fakulteta radnim danom od 08 do 14 sati.