

# Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike - Završni magistarski rad

Fakultet/Akademija	PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET
Tip Rada	Završni magistarski rad
Kandidat, zvanje	Mirsad Trumić, profesor matematike i fizike
Naziv Teme	Stirlingovi brojevi prve i druge vrste
Rezime/Abstract	<p>Završni magistarski rad „Stirlingovi brojevi prve i druge vrste“, napisan je na 71 stranici teksta. Rad je napisan u LaTeX-u s veličinom slova 12 i formatom teksta stranice 21,5cmx14,5cm, a osim teksta i matematičkih formula sadrži i 8 slika i 6 tabela. Na početku rada naveden je Sadržaj rada. Glavni dio rada sastoji se od kratkog Uvoda i sljedećih 5 poglavlja : 1. Permutacije; 2. Stirlingovi brojevi prve vrste; 3. Stirlingovi brojevi druge vrste; 4. Još neke osobine Stirlingovih brojeva; 5. Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija. Na kraju rada su dati još Rezime, Summary i Bibliografija. U kratkom Uvodu na jednoj stranici teksta opisana je tema i sadržaj rada, značaj i primjena Stirlingovih brojeva u raznim oblastima matematike i u programiranju, i navode se osnovni historijski podaci vezani za njih. U poglavlju 1 - Permutacije, izloženom na 5 stranica teksta, izlaže se osnovna teorija koja se tiče permutacija konačnog skupa (bez ponavljanja elemenata) i navodim osnovna pravila prebrojavanja u kombinatorici, koja će biti potrebna u kasnijim dokazima nekih tvrdnji. Uveden je pojam ciklusa kao posebnog tipa permutacije i objašnjeno kako se svaka permutacija može predstaviti kao proizvod (kompozicija, slog) jednog ili više ciklusa. Pojam ciklusa je potreban za kasniju definiciju Stirlingovog broja prve vrste u narednom poglavlju 2. Teorija poglavlja 1 je ilustrovana sa nekoliko lijepih i korektno riješenih primjera. Poglavlje 2 - Stirlingovi brojevi prve vrste napisano je na 11 stranica teksta i podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 2.1 - Ciklusi i Stirlingovi brojevi prve vrste sam postepeno kroz riješene primjere uveo pojam Stirlingovog broja prve vrste <math>c(n,k)</math> kao broj načina da <math>n</math> elemenata predstavimo pomoću <math>k</math> ciklusa <math>c(n,k)</math>. Važan teorem dokazan u ovom dijelu je teorem koji daje osnovnu rekurzivnu formulu za izračunavanje brojeva <math>c(n,k)</math> za <math>n, k \in \mathbb{N}</math>. Primjenom te formule sam dobio i naveo tabelu brojeva <math>c(n,k)</math> za <math>n, k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}</math>. Riješio sam pet primjera i dao tri ilustracije slikama u ovom dijelu rada. U dijelu 2.2 - Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva prve vrste uvedeni su brojevi <math>c(n,k)</math> na drugi način, računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije <math>f(x) = \ln(x)</math>, pri čemu je <math>f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} / x^n</math> proizvoljna realna funkcija. Osnovna rekurentna formula (2.2) koja daje vezu Stirlingovih brojeva prve vrste <math>c(n,k)</math> (<math>k = 1, \dots, n</math>) sa <math>n</math> tim izvodom funkcije <math>f(x) = \ln(x)</math> data je i dokazana u propoziciji 2.2.1. U nastavku se definiše Stirlingov broj prve vrste sa znakom <math>s(n,k)</math> <math>c(n,k)</math> i navodi još tri propozicije vezane za njega i za opadajuće faktorijele. Poglavlje 3 - Stirlingovi brojevi druge vrste napisano je na 16 stranica podijeljeno na tri podpoglavlja. U dijelu 3.1 - Particije brojeva <math>p(n)</math> se definiše kao ukupan broj svih particija prirodnog broja <math>n</math>, tj. kao ukupan broj načina da se broj predstavi kao zbir više prirodnih brojeva, pri čemu poredak sumanada nije bitan. Osnovne rezultate vezane za particiju brojeva naveo sam i dokazao u propoziciji 3.1.1. Particija prirodnog broja je obrađena zbog njene veze sa particijom konačnog skupa. U dijelu 3.2 - Particije skupa i Stirlingovi brojevi druge vrste najprije uvodim pojam <math>k</math> particije <math>n</math> članog skupa <math>(n, k \in \mathbb{N})</math> <math>(n, k)</math>, a poslije toga definišemo Stirlingov broj druge vrste <math>S(n, k)</math> kao ukupan broj svih mogućih particija <math>n</math> članog skupa. U vezi sa tim ilustrujem ovu te le 4 i 5 koje ilustriju formule recipročnosti oriju kroz nekoliko lijepih primjera i grafičkih ilustracija (slika). Osnovnu rekurzivnu formulu za brojeva <math>S(n, k)</math> dajem i dokazujem u propoziciji 3.2.1, a njenim korištenjem dobio sam i naveo tabelu brojeva <math>S(n, k)</math> za <math>n, k \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}</math>. U nastavku je definisan Bellov broj kao ukupan broj svih particija <math>n</math> članog skupa. Dalje je pokazana veza Bellovih brojeva sa binomnim koeficijentima, a kroz 3.2.6. i primjena brojeva <math>S(n, k)</math> u teoriji vjerovatnoće. U dijelu 3.3 - Nekombinatorna definicija Stirlingovih brojeva druge vrste uvedeni su brojevi <math>S(n, k)</math> na drugi način računanjem prvog izvoda i viših izvoda funkcije <math>f(x) = e^x</math>, pri čemu je <math>f^{(n)}(x) = e^x</math> proizvoljna realna funkcija. Izvedena je osnovna rekurentna formula (3.3) za vezu Stirlingovih brojeva druge vrste <math>S(n, k)</math> (<math>k = 1, \dots, n</math>) sa <math>n</math> tim izvodom <math>f(x) = e^x</math>. U nastavku je dato još nekoliko propozicija koje daju vezu ovih brojeva sa osnovnom rekurzijom iz propozicije 3.2.1, sa Bellovim brojevima i sa opadajućim faktorijelima. Poglavlje 4 - Još neke osobine Stirlingovih brojeva napisano je na 10 stranica podijeljeno na dva podpoglavlja. U dijelu 4.1 - Neke osobine Stirlingovih brojeva vrste dajem nekoliko relacija između Stirlingovih brojeva prve i druge vrste međusobno, kao i vezu Stirlingovih brojeva prve vrste sa rastućim potencijama, Stirlingovih brojeva druge vrste sa opadajućim potencijama. U vezi sa tim naveo sam i dokazao dvije propozicije i prikazao tabele 4 i 5 koje ilustriju formule recipročnosti (4.7) i (4.8) Stirlingovih brojeva prve i druge vrste. U dijelu 4.2 - Eulerovi brojevi i njihova veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste najprije smo definisali Eulerov broj <math>E(n, k)</math> kao broj permutacija iz simetrične grupe permutacija skupa <math>[n] = \{1, 2, \dots, n\}</math> sa tačno <math>k</math> uspona. Određivanje broja uspona i padova permutacije ilustriju se kroz dva riješena primjera. U lemi 4.2.1 dokazujemo osnovnu rekurzivnu formulu za Eulerove brojeve i prikazujemo tabelu Eulerovih brojeva, a u nastavku dvije propozicije navodi veza Eulerovih brojeva sa stepenim funkcijama Stirlingovim brojevima druge vrste. Poglavlje 5 - Veza Stirlingovih brojeva druge vrste sa permutacijama i nekim specijalnim redovima funkcija napisano je na 19 stranica teksta i podijeljeno na podpoglavlja. U kratkom dijelu 5.1 - Uvod objašnjen je cilj istraživanja poglavlja 5. U dijelu 5.2 - Vrijednost kombinatorne sume i njena veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste dokazano je da je kombinatorna suma jednaka broju svih surjekcija sa <math>n</math> članog skupa na <math>k</math> člani skup, gdje je <math>n \geq k</math>. U dokazu te tvrdnje (teorem 5.2.2.) korištena je dobro poznata formula uključivanja-isključivanja iz diskretne i kombinatorne matematike. U teoremu 5.2.3. je dokazano da je ta suma također jednaka <math>k! S(n,k)</math> čime je dokazano da je <math>k! S(n,k) =</math>. Time je pokazana veza te sume sa Stirlingovim brojevima druge vrste. U daljem nizu teorema, lema, propozicija i primjera naveo sam i dokazao formule za izračunavanje vrijednosti navedene kombinatorne sume u nekim specijalnim slučajevima vrijednosti prirodnih argumenata <math>n</math> i <math>k</math>. Osnovni, opštiji rezultat dijela rada je teorem 5.2.6. Dio rada 5.3 - Stirlingovi brojevi druge vrste kao koeficijenti Newtonovog reda i Grunertovih polinoma podijeljen je na dva dijela. U 5.3.1 je navedena definicija Newtonovog polinoma i njegova veza sa Stirlingovim brojevima druge vrste, a u 5.3.2 definisan je Grunertov polinom i pokazana njegova veza Stirlingovim brojevima druge vrste. Na sljedeće 4 stranice naveo sam Rezime na bosanskom jeziku i Summary na engleskom jeziku, gdje sam ukratko opisao sadržaj svog završnog magistarskog rada. Na kraju, na stranama 70 i 71 naveo sam Bibliografiju sačinjenu od 15 bibliografskih jedinica, koje su poredane po abecednom redoslijedu i koje sam koristio pri izradi svog rada.</p>
Datum	26.02.2016
Predsjednik	Dr.sc. Zehra Nurkanović, vanredni profesor, - Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Mentor	Dr.sc. Ramiz Vugdalić, vanredni profesor,- Uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli.
Član komisije	Dr.sc. Enes Duvnjaković, vanredni profesor,- Uža naučna oblast " Teorijska matematika" Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli

Član komisije	-
Član komisije	-
Zamjenski član	Dr.sc. Samra Sadiković, docent uža naučna oblast „Teorijska matematika“ Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Tuzli
Dodatni detalji i lokacija	Dana 26.02.2016. godine u 13,30 sati na Prirodno-matematičkom fakultetu Univerziteta u Tuzli
Zavrsne Odredbe	Pristup javnosti je slobodan. Rad se može pogledati u Sekretarijatu fakulteta radnim danom od 08 do 14 sati.